

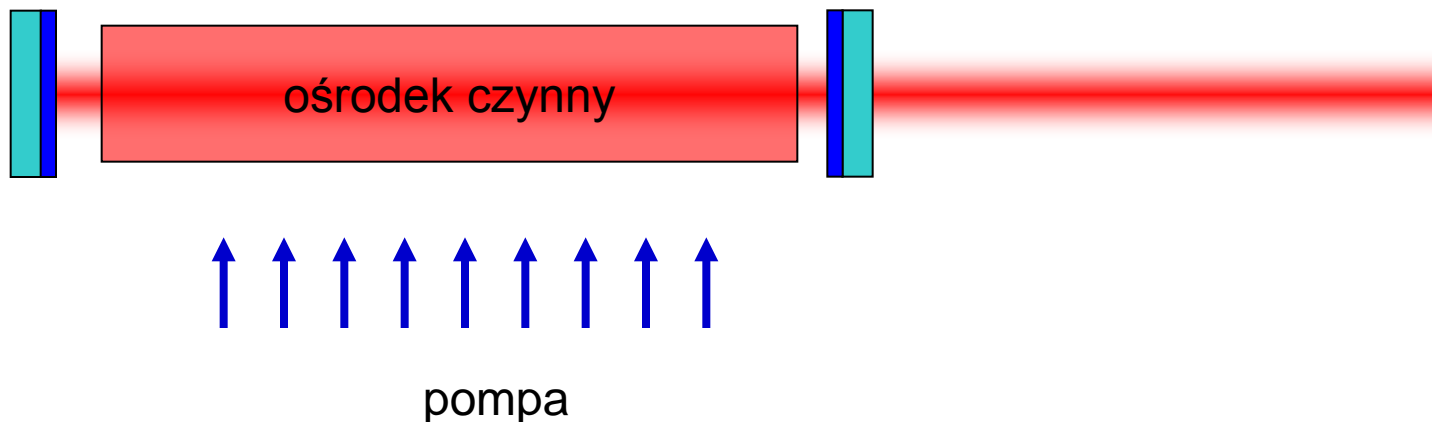
Optyka – kurs wyrównawczy  
optyka falowa 4  
optyka laserowa

2011 r.

# Problem: jak opisać wiązkę laserową?

cechy:

- intuicyjnie: model dla promienia światła z optyki geometrycznej: energia gromadzi się wokół prostej
- ma jednak pewien przekrój: gęstość energii  $< \infty$
- jak opisać ogniskowanie takiej wiązki – ważne!
- jak opisać pole w rezonatorze lasera?



# Fala „prawie płaska”

Fala płaska:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \sin[kz - \omega t + \varphi]$$
$$\vec{E}_0 \cos[\omega t - kz] = \vec{E}_0 \operatorname{Re}\left[e^{i(\omega t - kz)}\right]$$

Fala „prawie” płaska:

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_0 \Psi(x, y, z) e^{-ikz} e^{i\omega t}$$

Wstawiając  $\vec{E}(x, y, z)$   
do równań Maxwell'a:

$$\nabla_t^2 \Psi - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \Psi = 0$$

Najprostsze rozwiązanie ma postać:

$$\Psi(r, z) = \exp\left[-i\left(p(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right] \quad \begin{array}{l} q'(z) - 1 = 0 \\ p'(z) + \frac{i}{q(z)} = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} E(r, z) &= E_0 \Psi_0(r, z) e^{-ikz} = \\ &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz - \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{k}{2R(z)}r^2\right)\right] \end{aligned}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}; \quad R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right]$$

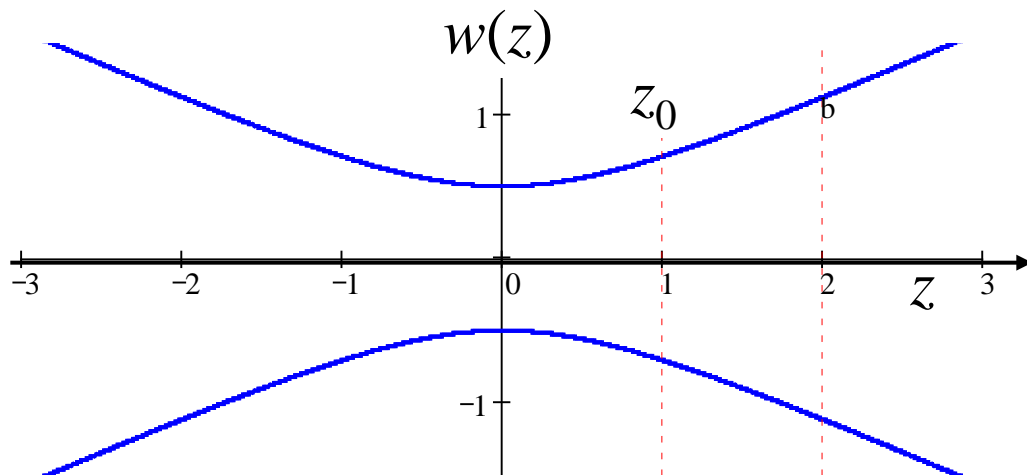
$$z_0 = \frac{k}{2} w_0^2 \quad q(z) = z + iz_0$$

Najprostsze rozwiązanie ma postać:

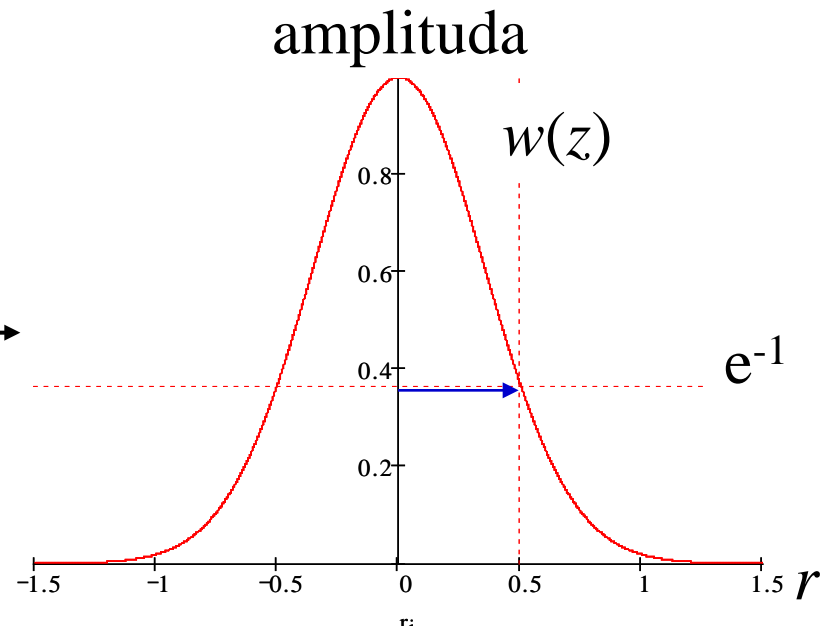
$$E(r, z) = E_0 \Psi_0(r, z) e^{-ikz} =$$

$$= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz - \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{k}{2R(z)} r^2\right)\right]$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2};$$



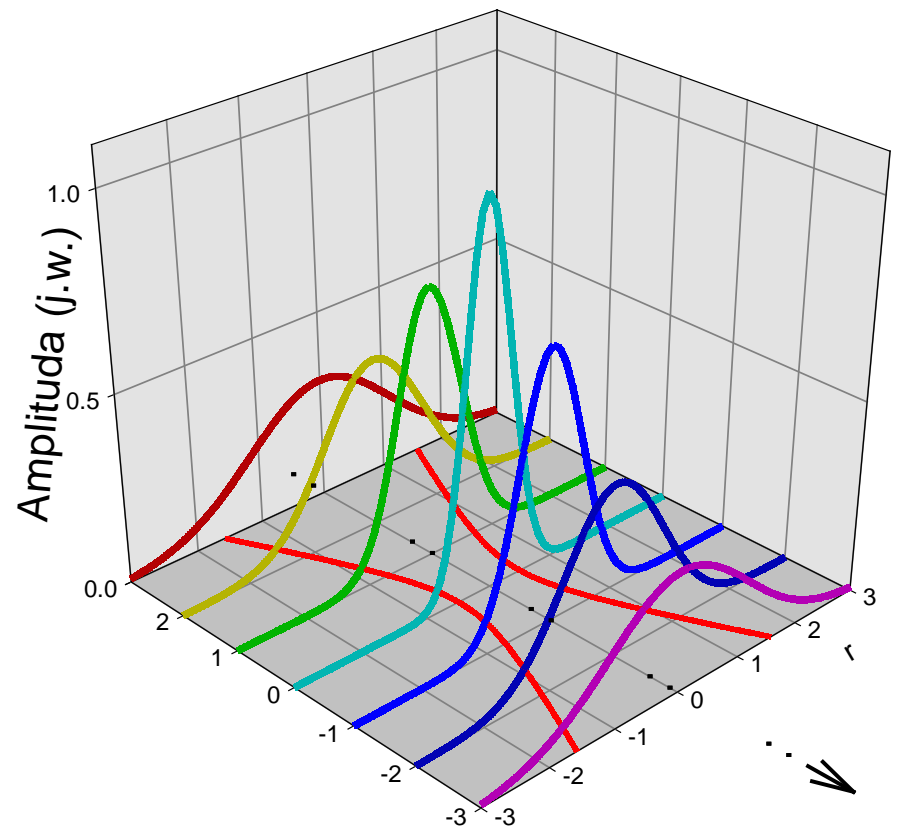
Wiązka gaussowska



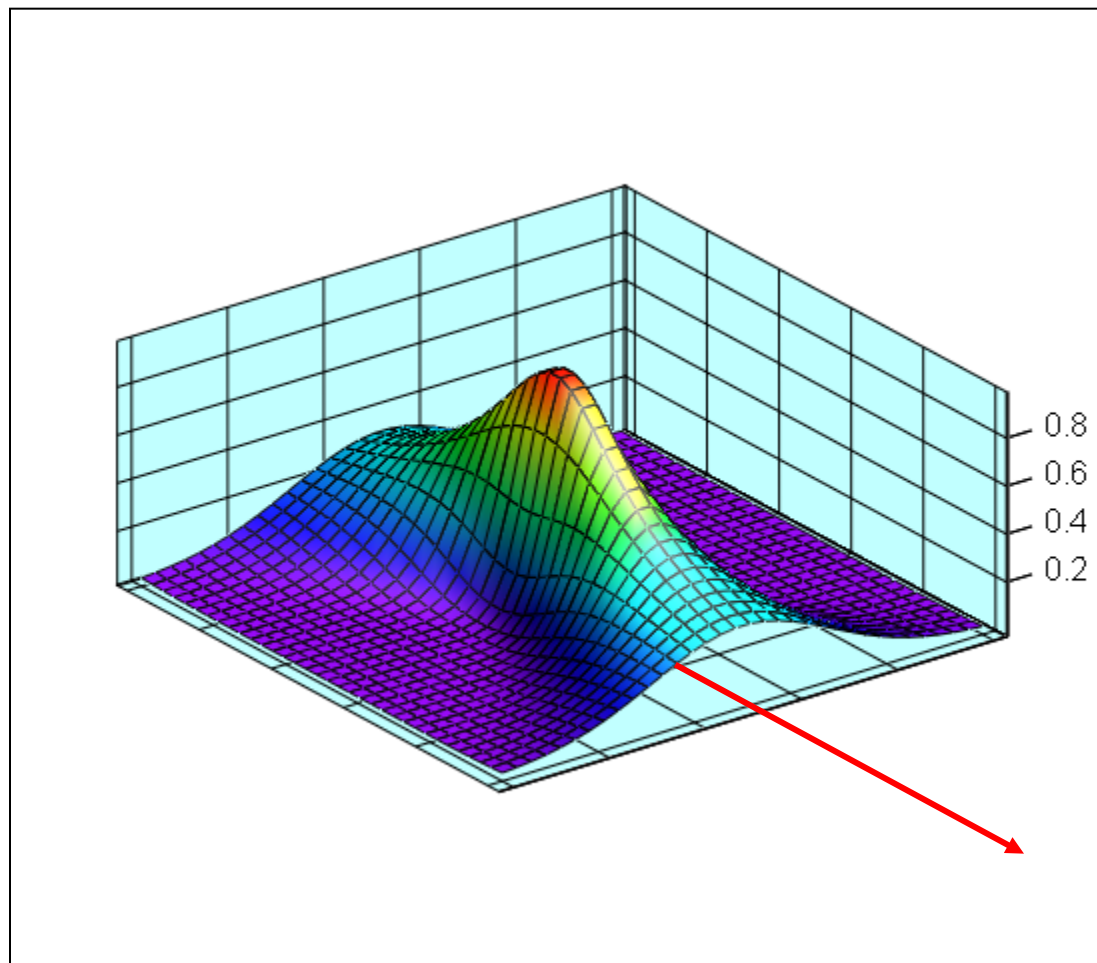
Najprostsze rozwiązanie ma postać:

$$E(r, z) = E_0 \Psi_0(r, z) e^{-ikz} =$$
$$= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz - \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{k}{2R(z)} r^2\right)\right]$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2};$$



# Rozkład amplitudy wiązki gaussowskiej:

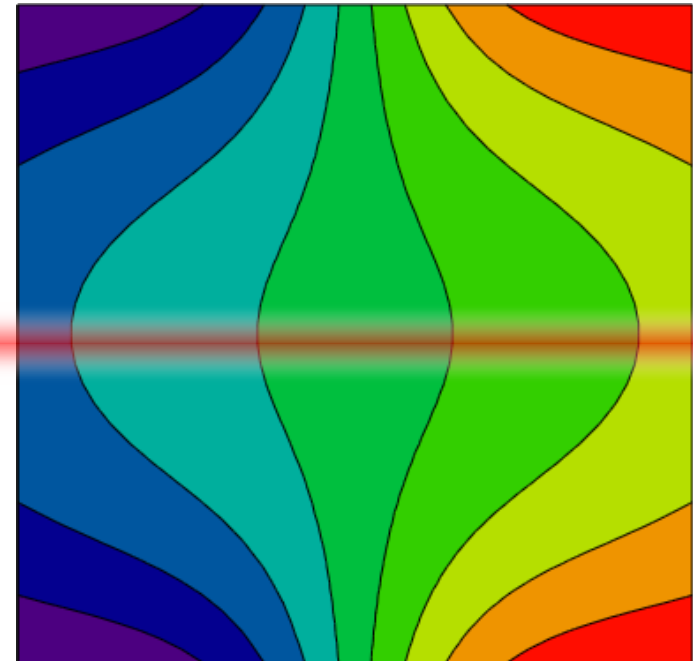
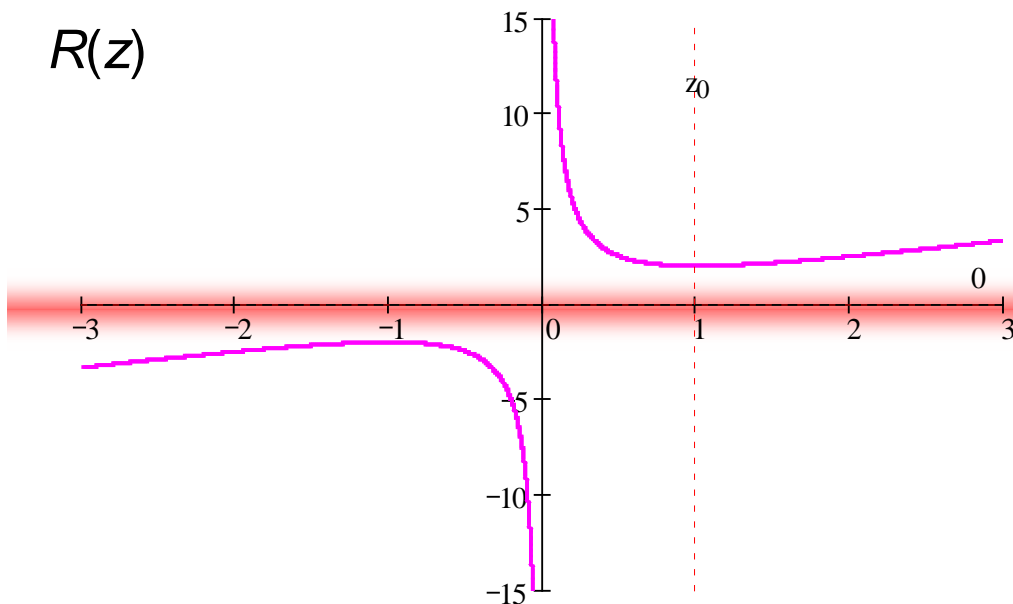


$$E(r, z) = E_0 \Psi_0(r, z) e^{-ikz} =$$

$$= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-i\left(kz - \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{k}{2R(z)} r^2\right)\right]$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right]$$

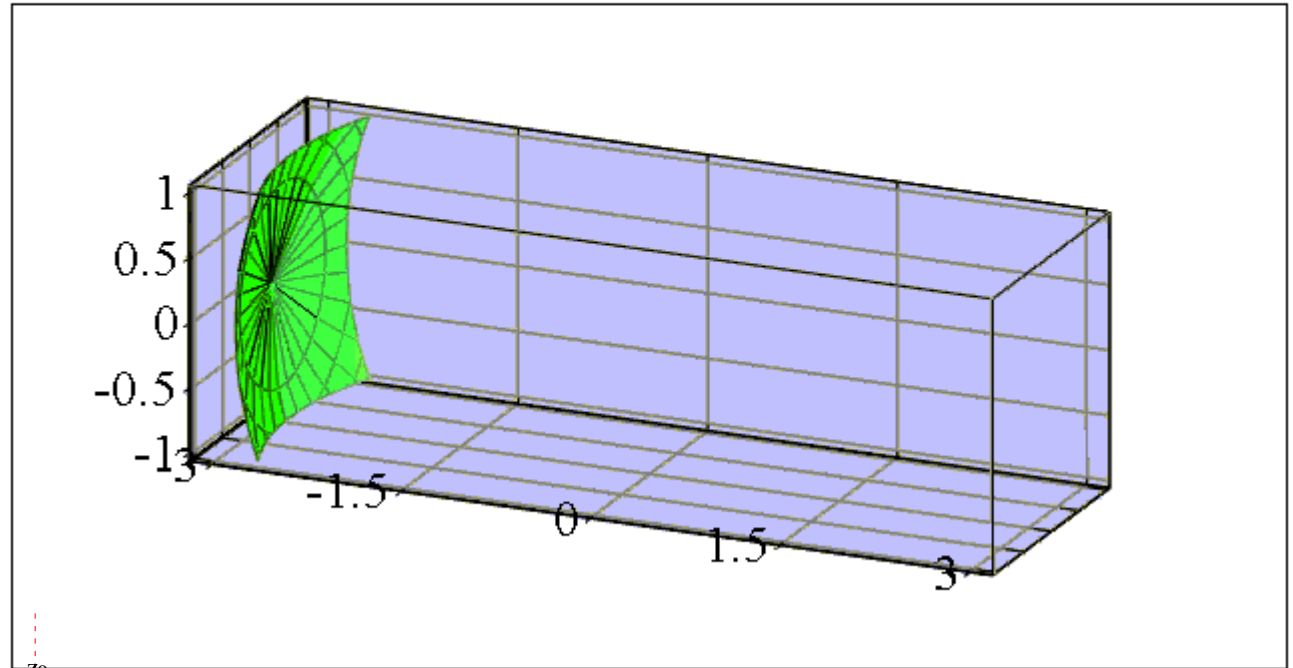
faza:  $v \neq \omega/k$ , front falowy nie jest płaski



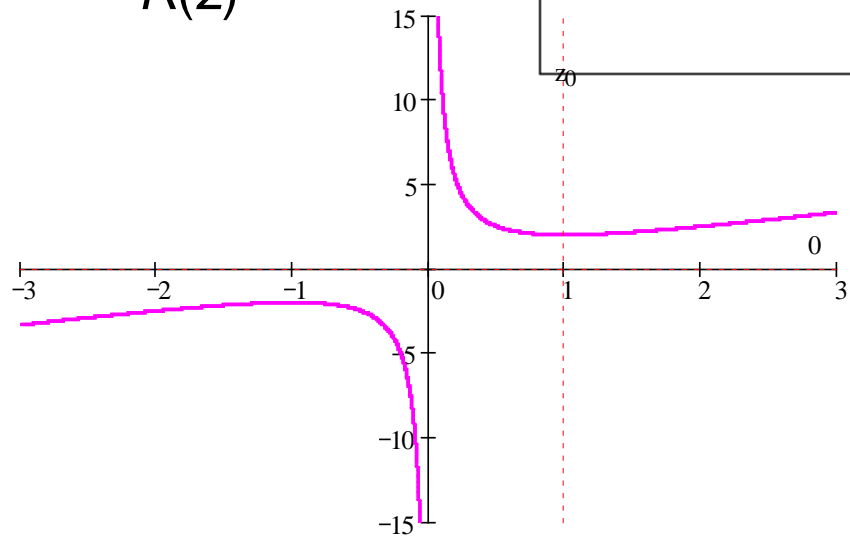


Front falowy falowy przecina oś z dla  $z = -3$   $z_0 = 1$

$$R(z) = -3.333$$



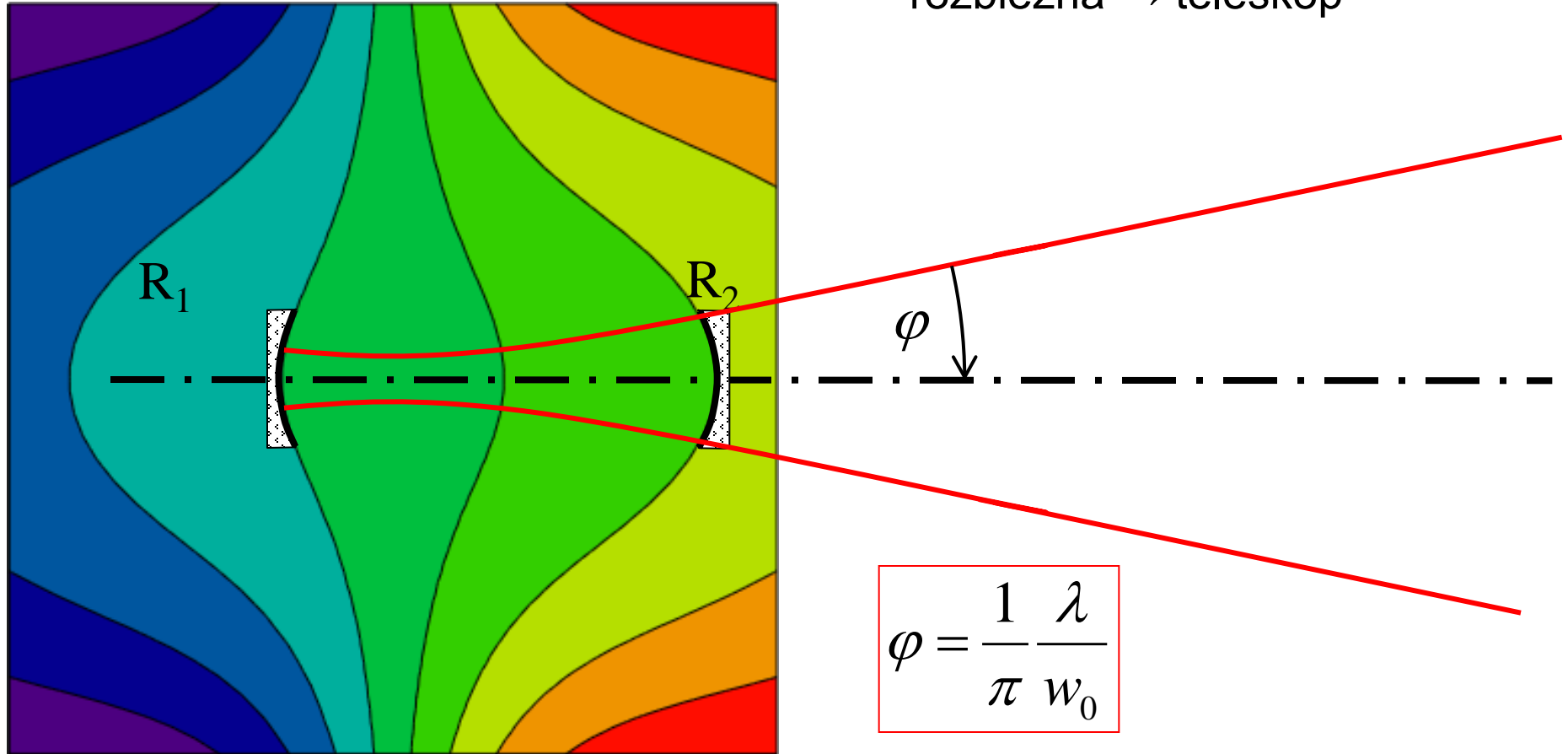
$R(z)$



# Wiązka gaussowska w laserze

wnioski:

- każda wiązka laserowa jest rozbieżna → teleskop



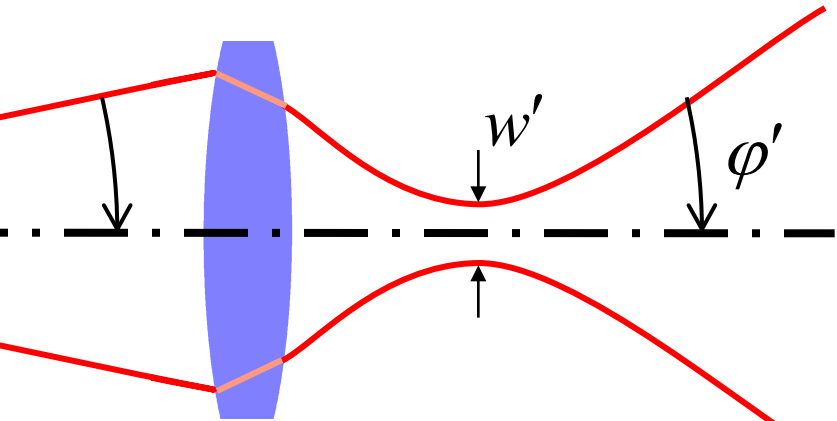
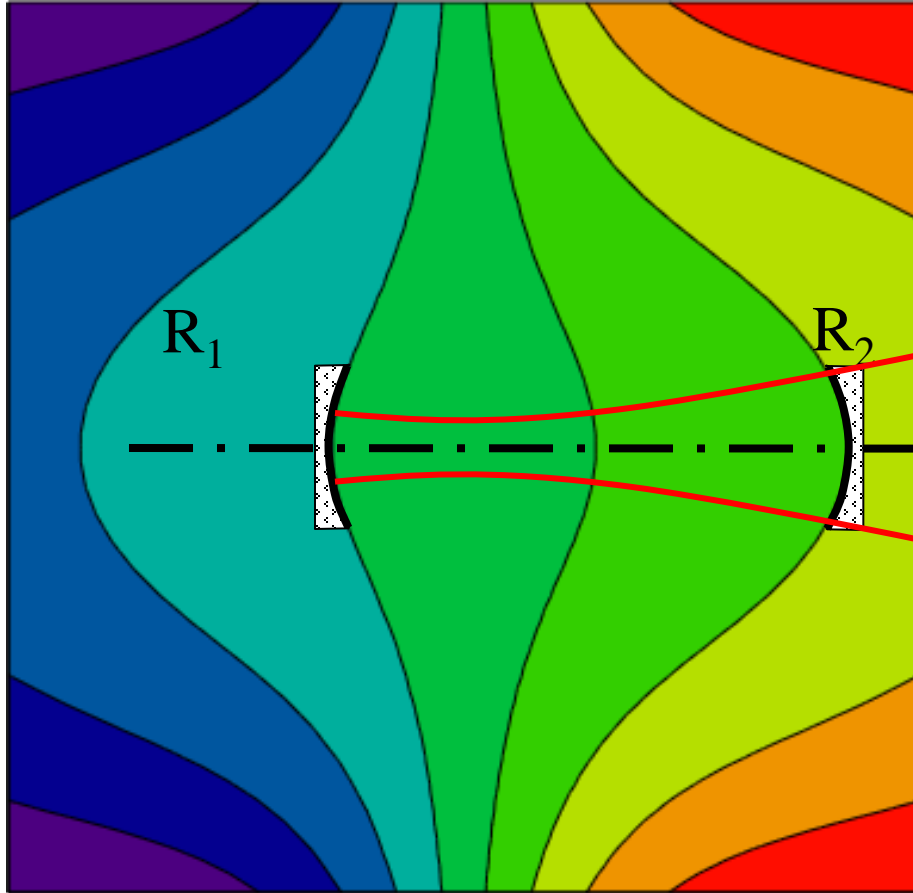
$$\varphi = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{w_0}$$

Przykład:  $w_0 = 2 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 500 \text{ nm}$   $\varphi = (5.5 \times 10^{-3})^\circ \rightarrow \Phi = 14 \text{ mm po } 100 \text{ m}$

# Wiązka gaussowska w laserze

wnioski:

- każda wiązka laserowa jest rozbieżna
- nie można jej skupić w punkt
- mody wyższych rzędów



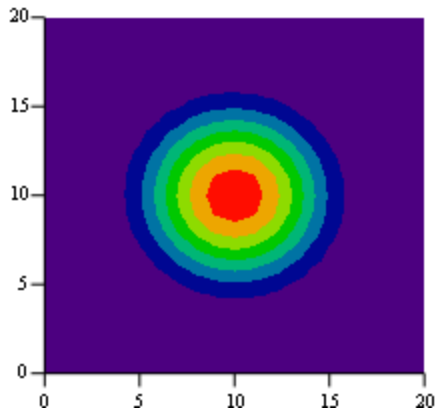
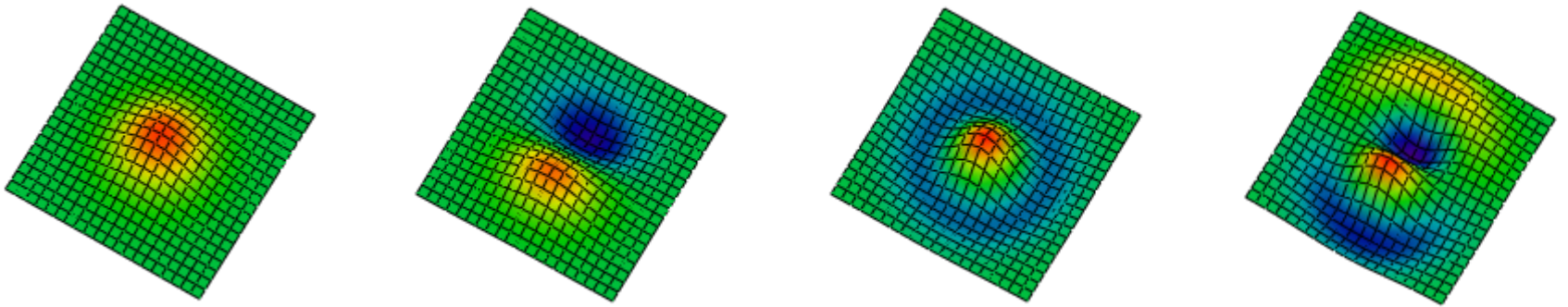
$$\varphi = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{w_0}$$

$$w' = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{f}{\Phi}$$

$$w_0 \varphi = w' \varphi'$$

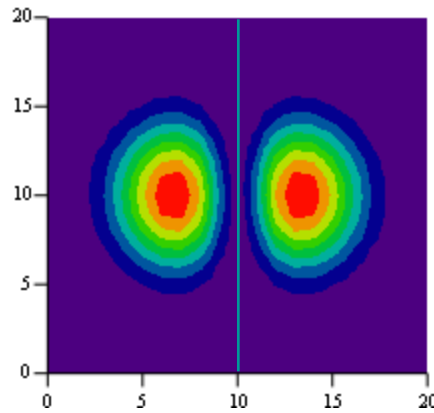
# Mody wyższych rzędów

$$A(z, r, \phi, n, m) = \left( \sqrt{2} \frac{r}{w(z)} \right)^m L\left( \frac{2r^2}{w^2(z)}, n, m \right) \cos(m\phi) \frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{w_0} \exp\left[ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right]$$



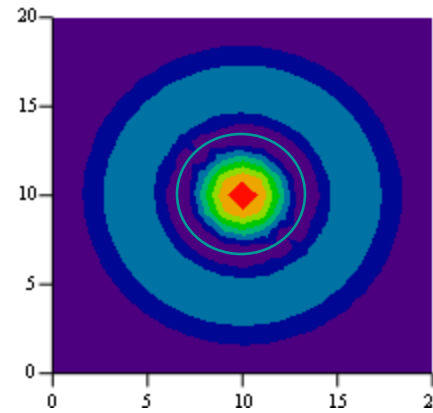
$n = 0$

$m = 0$



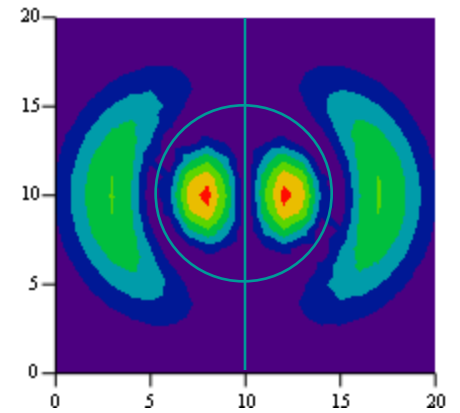
$n = 0$

$m = 1$



$n = 1$

$m = 0$



$n = 1$

$m = 1$